

Câu 1 (1,5 điểm).

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} - \sqrt{16}$.
- b) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{16 \cdot 2}$.
- c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Câu 2 (1,5 điểm).

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases}$.
- b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = mx + 2m$ ($m \neq 0$) song song với đường thẳng $y = 2x + 2020$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Để xây dựng thành phố Huế ngày càng đẹp hơn và khuyến khích người dân rèn luyện sức khỏe. Ủy ban nhân dân tỉnh Thừa Thiên Huế đã cho xây dựng tuyến đường đi bộ ven bờ Bắc sông Hương, từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên có chiều dài 2km. Một người đi bộ trên tuyến đường này, khởi hành từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên rồi quay về lại cầu Trường Tiền hết tất cả $\frac{17}{18}$ giờ. Tính vận tốc của người đó lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 0,5 km/h.

Câu 4 (2,0 điểm).

- Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).
- a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m .
- c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 12 = 0.$$

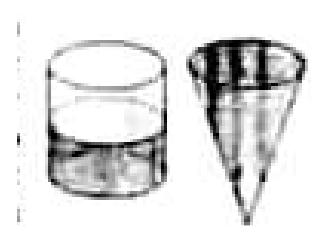
Câu 5 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC sao cho \widehat{BCM} nhọn (M không trùng A và C). Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC và AC. Gọi P là trung điểm của AB, Q là trung điểm của FE. Chứng minh rằng:

- a) Tứ giác MFEC nội tiếp.
- b) Tam giác FEM và tam giác ABM đồng dạng.
- c) $MA \cdot MQ = MP \cdot MF$ và $\widehat{PQM} = 90^\circ$.

Câu 6 (1,0 điểm).

Một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ, chiều cao bằng 10cm và chứa một lượng nước có thể tích bằng một nửa thể tích của chiếc cốc. Một chiếc cốc thủy tinh khác có dạng hình nón (không chứa gì cả) và có bán kính đáy bằng bán kính đáy chiếc cốc hình trụ đã cho (hình vẽ bên). Biết rằng khi đổ hết lượng nước trong chiếc cốc hình trụ vào chiếc cốc hình nón thì chiếc cốc hình nón đầy nước và không có nước tràn ra ngoài. Tính chiều cao của chiếc cốc có dạng hình nón (bỏ qua bề dày của thành cốc và đáy cốc).



**LỜI GIẢI ĐỀ TUYỂN SINH VÀO 10 TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
NĂM HỌC 2020 – 2021**

Câu 1 (1,5 điểm).

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} - \sqrt{16}$.
- b) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{16 \cdot 2}$.
- c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

Lời giải

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{25} - \sqrt{16}$.

Ta có: $A = \sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$

Vậy $A = 1$

- b) Đưa thừa số ra ngoài dấu căn, tính giá trị của biểu thức $B = \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{16 \cdot 2}$.

Ta có:

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{16 \cdot 2} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 2} - 2\sqrt{5^2 \cdot 2} + 2\sqrt{4^2 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 8\sqrt{2} \\ &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Vậy $B = \sqrt{2}$

- c) Rút gọn biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0$ và $x \neq 1$.

$$C = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1$$

Ta có:

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{1}{x-1} \end{aligned}$$

Vậy $C = \frac{1}{x-1}$ với $x > 0$ và $x \neq 1$

Câu 2 (1,5 điểm).

- a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases}$.
- b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = mx + 2m$ ($m \neq 0$) song song với đường thẳng $y = 2x + 2020$.

Lời giải

a) Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 3 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases}$.

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ 3y - 2x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 1)$

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $y = mx + 2m$ ($m \neq 0$) song song với đường thẳng $y = 2x + 2020$.

Để đường thẳng $y = mx + 2m$ ($m \neq 0$) song song với đường thẳng $y = 2x + 2020$ thì

$$\begin{cases} m = 2 \\ 2m \neq 2020 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m \neq 1010 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 \text{ (tm)}$$

Vậy $m = 2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Để xây dựng thành phố Huế ngày càng đẹp hơn và khuyến khích người dân rèn luyện sức khỏe. Ủy ban nhân dân tỉnh Thừa Thiên Huế đã cho xây dựng tuyến đường đi bộ ven bờ Bắc sông Hương, từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên có chiều dài 2km. Một người đi bộ trên tuyến đường

này, khởi hành từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên rồi quay về lại cầu Trường Tiền hết tất cả $\frac{17}{18}$

giờ. Tính vận tốc của người đó lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 0,5 km/h.

Lời giải

Gọi vận tốc lúc về của người đó là x (km/h) (ĐK: $x > 0$).

\Rightarrow Vận tốc lúc đi là $x + 0,5$ (km/h)

Thời gian lúc đi là $\frac{2}{x + 0,5}$ (h)

Thời gian lúc về là $\frac{2}{x}$ (h)

Vì người đó khởi hành từ cầu Trường Tiền đến cầu Dã Viên rồi quay về lại cầu Trường Tiền hết tất cả giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{2}{x + 0,5} + \frac{2}{x} = \frac{17}{18}$$

$$\Leftrightarrow 34x^2 - 127x - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow 34x^2 - 136x + 9x - 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)(34x + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ (tm)} \\ x = -\frac{9}{34} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc của người đó lúc về là 4km/h.

Câu 4 (2,0 điểm).

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

- b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m.
 c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 12 = 0.$$

Lời giải

Cho phương trình $x^2 - (m+1)x + m = 0$ (1) (với x là ẩn số).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.

Với $m = 2$ thì phương trình (1) trở thành:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm $x = 1; x = 2$.

b) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi giá trị của m.

Xét phương trình $x^2 - (m+1)x + m = 0$ (1)

Ta có:

$$\Delta = [-(m+1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot m$$

$$= (m-1)^2$$

Vì $(m-1)^2 \geq 0$ với mọi m nên $\Delta \geq 0$ với mọi m.

Suy ra phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

c) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 12 = 0.$$

Theo câu b) ta có phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Theo hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$$

Theo bài ra ta có: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+1) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 3m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+4)(m-3) = 0$$

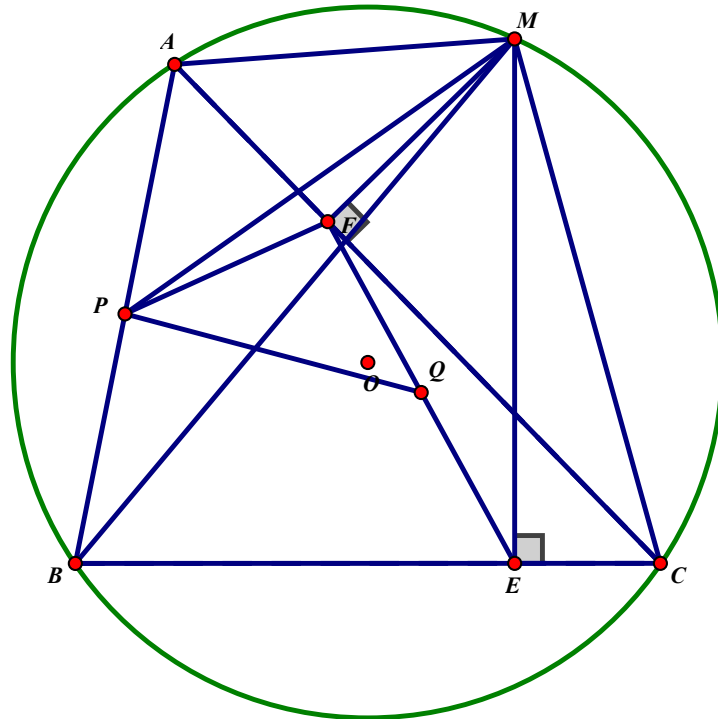
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 3 \end{cases}$$

Vậy $m = -4; m = 3$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 5 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC sao cho \widehat{BCM} nhọn (M không trùng A và C). Gọi E và F lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến BC và AC. Gọi P là trung điểm của AB, Q là trung điểm của FE. Chứng minh rằng:

- Tứ giác MFEC nội tiếp.
- Tam giác FEM và tam giác ABM đồng dạng.
- $MA \cdot MQ = MP \cdot MF$ và $\widehat{PQM} = 90^\circ$.

Lời giải

(Học sinh không vẽ hình ý nào sẽ không được chấm điểm ý đó)

a) Tứ giác MFEC nội tiếp.

Ta có: $MF \perp AC \Rightarrow \widehat{MFC} = 90^\circ$

$ME \perp BC \Rightarrow \widehat{MEC} = 90^\circ$

Tứ giác MFEC có $\widehat{MEC} = \widehat{MFC} = 90^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau)

b) Tam giác FEM và tam giác ABM đồng dạng.

Theo câu a, tứ giác MFEC nội tiếp nên $\widehat{EFM} + \widehat{ECM} = 180^\circ$ (tính chất) (1)

Tứ giác nội tiếp ABCM nội tiếp nên $\widehat{BAM} + \widehat{BCM} = 180^\circ$ (tính chất) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{EFM}$ (cùng bù với \widehat{BCM})

$\widehat{FEM} = \widehat{FCM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FM) (3)

$\widehat{FCM} = \widehat{ABM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM) (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{FEM} = \widehat{ABM}$

Xét $\triangle FEM$ và $\triangle ABM$ có:

$\widehat{EFM} = \widehat{BAM}$ (cmt)

$$\widehat{FEM} = \widehat{ABM} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta FEM \sim \Delta ABM \text{ (g - g)}$$

c) $MA \cdot MQ = MP \cdot MF$ và $\widehat{PQM} = 90^\circ$.

Từ câu b ta có: $\Delta FEM \sim \Delta ABM \Rightarrow \frac{FE}{AB} = \frac{MF}{MA}$ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$$\Rightarrow \frac{2FQ}{2AP} = \frac{MF}{MA} \Rightarrow \frac{FQ}{AP} = \frac{MF}{MA} \Rightarrow \frac{AM}{AP} = \frac{FM}{FQ}$$

Xét ΔMAP và ΔMFQ có:

$$\frac{AM}{AP} = \frac{FM}{FQ}$$

$$\widehat{MAP} = \widehat{MFQ} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta MAP \sim \Delta MFQ \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MF} = \frac{MP}{MQ} \text{ (các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow MA \cdot MQ = MP \cdot MF$$

Lại có $\Delta MAP \sim \Delta MFQ \text{ (cmt)} \Rightarrow \widehat{AMP} = \widehat{FMQ}$ (hai góc tương ứng)

$$\Rightarrow \widehat{AMF} + \widehat{FMP} = \widehat{FMP} + \widehat{PMB} + \widehat{BMQ} \Rightarrow \widehat{AMF} = \widehat{PMB} + \widehat{BMQ} \Rightarrow \widehat{AMF} = \widehat{PMQ}$$

Xét ΔMAF và ΔMPQ có:

$$\frac{MA}{MF} = \frac{MP}{MQ}$$

$$\widehat{AMF} = \widehat{PMQ} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \Delta MAF \sim \Delta MPQ \text{ (c - g - c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MFA} = \widehat{MQP} \text{ (hai góc tương ứng)}$$

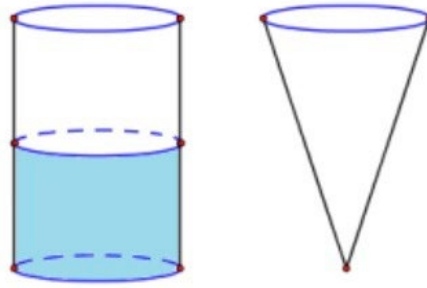
$$\text{Mà } \widehat{MFA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MQP} = 90^\circ$$

Câu 6 (1,0 điểm).

Một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ, chiều cao bằng 10cm và chứa một lượng nước có thể tích bằng một nửa thể tích của chiếc cốc. Một chiếc cốc thủy tinh khác có dạng hình nón (không chứa gì cả) và có bán kính đáy bằng bán kính đáy chiếc cốc hình trụ đã cho (hình vẽ bên). Biết rằng khi đổ hết lượng nước trong chiếc cốc hình trụ vào chiếc cốc hình nón thì chiếc cốc hình nón đầy nước và không có nước tràn ra ngoài. Tính chiều cao của chiếc cốc có dạng hình nón (bỏ qua bề dày của thành cốc và đáy cốc).



Lời giải



Theo đề bài ta có:

Thể tích nước trong cốc hình trụ = Thể tích chiếc cốc hình nón = $\frac{1}{2}$ thể tích chiếc cốc hình trụ.

Gọi bán kính đáy của hai chiếc cốc là: R ($R > 0$)

Chiều cao của chiếc cốc hình trụ là: $h = 10\text{cm}$ (gt)

Gọi chiều cao của chiếc cốc hình nón là h_1 ($h_1 > 0$)

Gọi thể tích chiếc cốc hình trụ là V , thể tích chiếc cốc hình nón là V_1

$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}V \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi R^2 h_1 = \frac{1}{2}\pi R^2 h \Leftrightarrow \frac{1}{3}h_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \Leftrightarrow h_1 = 15\text{cm} (tm)$$

Vậy chiều cao của chiếc cốc hình nón là 15cm.

---HẾT---